Bestimmung der Zwillinge in prismatischen Krystallen mit Hilfe des polarisirten Lichtes.

Von Joseph Grailich.

Das Phänomen der Zwillingsbildung kömmt weit häufiger vor, als man gewöhnlich zu glauben geneigt ist; gewohnt dasselbe unter Begleitung einspringender Winkel auftreten zu sehen, übersieht man es oft, wenn diese fehlen, oder so vielfach mit Krystallkanten abwechseln, dass nur Streifungen gewisser Flächen daraus resultiren. Denn es sind einspringende Winkel zwar allerdings untrügliche Kennzeichen einer solchen Bildung; sie sind jedoch nicht unumgänglich nothwendig an jeder Zwillingsgestalt vorhanden. Ein an die Symmetrie der Krystalle gewöhntes Auge wird auch bei ihrer Abwesenheit eine Hemitropie erkennen; kegel-, keil- und birnförmige Gestalten, welche von ursprünglichen Flächen begrenzt sind, weichen zu sehr von den Grenzen ab, innerhalb welcher die Mannigfaltigkeit combinationsfähiger Gestalten sich entfaltet, um nicht sogleich auffallen und erkannt zu werden. Und endlich selbst in solchen Fällen, wo die Symmetrie täuschend ähnlich jener der unveränderten Krystallcombinationen ist, wird die Messung der Winkel und die Berechnung ein Verhältniss enthüllen, das sich der blossen Beschauung entziehen konnte.

Dies Alles gilt nun von jenen Körpern, an denen deutlich entwickelte Flächen und messbare Kanten vorkommen. Doch wie oft hat man ein Mineral vor sich, dessen äussere Begrenzung ganz oder doch zum grössten Theil zerstört ist und wo man doch in der Lage ist zu vermuthen, dass dasselbe aus mehreren Individuen bestehe. Besitzt das Mineral ausgezeichnete Theilungsrichtungen, so wird die Unterbrechung derselben die Zusammensetzungsfläche, und wo die Richtung derselben noch zu bestimmen ist, oft selbst noch ihre Lage andeuten; in den Fällen aber, wo die Zusammensetzungsfläche mit der Spaltungsrichtung zusammenfällt, wird auch dieses Kriterium untreu, und wenn endlich überhaupt keine deutliche Spaltungsrichtung existirt, so fehlt jedes weitere geometrische Kennzeichen und man ist genöthigt zu andern als den bloss räumlichen Verhältnissen seine Zuflucht zu nehmen, zu Verhältnissen, welche abhängig sind von

der Lage der kleinsten Theilchen der Krystalle, ohne durch die Zerstörung der äusseren regelmässigen Begrenzung modificirt zu werden.

Überblickt man die Hilfsmittel, welche die jetzige Physik einem solchen Versuche darbietet, so findet man, dass man entweder die Richtung der Elasticitätsaxen der beiden Individuen durch akustische Schwingungen bestimmen; oder die Leitungsfähigkeit künstlich erzeugter Oberflächen für den elektrischen Strom untersuchen; oder endlich die Lage der thermischen, oder die der optischen Diameter für jede der hemitropen Hälften nachweisen könnte. Für jede dieser Methoden sind Vorarbeiten vorhanden, wenn auch nicht in gleicher Vollständigkeit; als die einfachste, als die am leichtesten durchführbare und daher dem Mineralogen am dienlichsten, dürfte sich aber jedenfalls die optische empfehlen.

Man bedient sich der so auffallenden Erscheinung der Doppelbrechung längst, um am Kalkspathe die Anwesenheit von Hemitropien zu zeigen. Die Bilder vervielfältigen sich, und zwar um so zahlreicher, je mehr verwendete Platten über einander gelegt sind. Man kann diese Erscheinung an anderen Krystallen wahrnehmen, nur erfordert das geringe Auseinandertreten der beiden Bilder einen Apparat, der sie weiter trennt und getrennt zu behandeln erlaubt. Was sich aber auch dem Auge im gewöhnlichen Lichte verbergen mag, offenbart das polarisirte in voller Klarheit. Bekanntlich ist jeder Strahl, der durch einen doppeltbrechenden Krystall dringt, in zwei Ebenen polarisirt, wo die Ebene der Polarisation des einen (gewöhnlichen) Strahles den Winkel hälftet, den die zwei Ebenen unter einander einschliessen, welche sich durch den Weg dieses Strahles und die beiden optischen Axen legen lassen, während die Ebene der Polarisation des andern (ungewöhnlichen) Strahles den Supplementarwinkel der beiden Ebenen in gleiche Theile theilt [1]). Die Richtung der Strahlen und die ihrer Polarisationsebenen bestimmt aber die Farben der Krystalle im polarisirten Lichte; wird nun beides plötzlich geändert, so entspricht einem solchen Umschwunge auch eine plötzliche Farbenwandlung und die Trace der Zusammensetzungsebene tritt in die Erscheinung.

Ein Stück Weissbleierz, das ich durch die Güte des Herrn Prof. Fuchs in Pressburg zu einer andern Untersuchung erhalten, und

---

[1]) Hist. Mémoires de l'Académie des Sciences 1819. Mémoire sur les lois générales de double refraction etc.

das aller deutlichen Krystallbegrenzung beraubt war, erregte meine Aufmerksamkeit durch eine mitten durchsetzende Fläche, welche ich bald für eine Zwillingsfläche erkannte. Eine Untersuchung über den Glimmer, welche ich zu jener Zeit begann und deren Resultate ich in Kurzem einer hohen Classe vorzulegen die Ehre haben werde, lieferte mir analoge Erscheinungen; ich versuchte hierauf auch das Gesetz der Hemitropien mit Hilfe des polarisirten Lichtes (welches bisher nur dazu gedient hat, ihr Dasein nachzuweisen) an den vorliegenden Mineralien zu ermitteln und gelangte auf diesem Wege zu einer allgemeinen Lösung der Aufgabe, Ermittelung des Zwillingsgesetzes der in den prismatischen Systemen krystallisirenden Substanzen mit Anwendung der Erscheinungen im polarisirten Lichte; welche ich hier in Kürze mittheile.

2.

1. Um die Lagen der verschiedenen Ebenen und Linien, welche in einem Krystalle gedacht werden, vor und nach der Hemitropie zu bestimmen, lege ich ein Coordinatensystem in denselben, und es soll der Einfachheit wegen der Durchschnittspunkt der drei Elasticitätsaxen der Ursprung desselben sein; die Abscissen zähle ich nach der kleinsten, die Ordinaten nach der mittleren, die z nach der längsten derselben, so dass der optische Hauptschnitt die xz, der optische Querschnitt die xy und der optische Längsschnitt die yz darstelle. Die Lage dieser Linien ist eine andere in geradprismatischen, eine andere in klinoedrischen Krystallen; ich abstrahire aber vor der Hand von dieser Verschiedenheit, da durch die Drehung an der relativen Axenstellung nichts geändert wird.

Nehmen wir nun an, irgend eine Ebene, welche wir durch den Ursprung der Coordinaten gelegt denken, schneide den Krystall. Ihre Gleichung wird sein

$$ax + by + z = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (P_1)$$

und sie stellt das dar, was in der Krystallographie die Zusammensetzungsfläche, die Zwillings- oder Drehungsebene heisst. Mit den coordinirten Ebenen schliesst sie die Winkel λ, μ, ν ein, und es ist

$$\cos\lambda = \cos(P_1, xy) = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+1}},$$

$$\cos\mu = \cos(P\ , xz) = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2+1}},$$

$$\cos\nu = \cos(P_1, zy) = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2+1}},$$

Jede der coordinirten Ebenen muss nun vor und nach der Drehung denselben Winkel, nur im entgegengesetzten Sinne mit der als fix betrachteten Ebene P_1 einschliessen; da aber bei dem weiteren Verfahren nur der optische Querschnitt in Betracht kommt, so werden hier nur jene Formeln entwickelt, die sich auf diesen beziehen. Die Linie, in welcher xy von P_1 geschnitten wird, ist

$$y = -\frac{a}{b}x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Der aufgedrehte Querschnitt muss nun durch diese gehen und gegen P_1 um den Winkel $-\lambda$ geneigt sein; da er jedenfalls durch den Anfangspunkt der Coordinaten geht, so ist allgemein seine Gleichung,

$$Ax + By + z = 0,$$

wo A und B aus den Relationen

$$A - B\frac{a}{b} = 0,$$

$$\cos(-\lambda) = \cos\lambda = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+1}} = \frac{Aa+Bb+1}{\sqrt{A^2+B^2+1}\,.\,\sqrt{a^2+b^2+1}}$$

bestimmt werden müssen. Man findet

$$A = \frac{2a}{1-a^2-b^2}$$

$$B = \frac{2b}{1-a^2-b^2}$$

und somit

$$2ax + 2by + (1-a^2-b^2)z = 0 \qquad (Q')$$

als Gleichung des Querschnittes nach der Drehung, d. i. des Querschnittes des hemitropen Individuums.

Gelingt es auf irgend eine Weise die Constanten a und b durch Messung zu ermitteln, oder doch zwei bekannte Relationen aufzustellen, in denen sie als Unbekannte auftreten, so hat die Formulirung des Zwillingsgesetzes keine weitere Schwierigkeit mehr.

Bestimmen wir nun die Lage der Trace der optischen Axen in dem aufgedrehten Querschnitte. In der ursprünglichen Stellung war dieselbe

$$\left.\begin{matrix} z = 0 \\ y = 0 \end{matrix}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (p),$$

denn die Abscissenaxe wurde in ihr angenommen, ihre neue Lage ist die Durchschnittslinie zweier Ebenen; die eine ist Q', die andere dagegen diejenige, welche man durch p und die Umdrehungsaxe

legen kann. Die Gleichung der letzteren erhält man aber, wenn man in der allgemeinen Gleichung

$$x = az$$
$$y = bz$$

a und b aus der Relation

$$1 = \frac{\mathfrak{a}a + \mathfrak{b}b + 1}{\sqrt{\mathfrak{a}^2 + \mathfrak{b}^2 + 1} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + 1}}$$

bestimmt; man findet

$$(\mathfrak{a} - a)^2 + (\mathfrak{b} - b)^2 + (\mathfrak{a}b - a\mathfrak{b})^2 = 0,$$

d. i.

$$a = \mathfrak{a}$$
$$b = \mathfrak{b},$$

somit Gleichung der Drehungsaxe

$$\left.\begin{array}{l} x = az \\ y = bz \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2).$$

Die Ebene $(2, p)$ ist daher

$$y - bz = 0,$$

deren Durchschnitt mit Q'

$$\left.\begin{array}{l} y = bz \\ x = \dfrac{a^2 - b^2 - 1}{2a} z \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (p')$$

die Gleichung der aufgedrehten Trace darstellt. Es schliesst dieselbe mit ihrer ursprünglichen Lage den Winkel (pp') ein, dessen Grösse durch die Gleichung

$$\cos(pp') = \frac{a^2 - b^2 - 1}{a^2 + b^2 + 1} \quad \ldots \quad (q)$$

gegeben ist.

2. Um die Werthe von a und b zu finden, schlage ich folgendes Verfahren ein.

Ich suche an einem gegebenen Minerale, das eine Zwillingsfläche zeigt, zuerst die Lage der Ringsysteme in dem einen Individuum. Dies kann, wenn dieselben nicht ohnehin schon, wenn auch undeutlich, wahrzunehmen sind, leicht an einem von dem zu untersuchenden Stücke abgetrennten Theile geschehen; eine vorläufige Orientirung genügt. In der gefundenen Richtung wird dann angeschliffen, bis die Bilder deutlich und unverzogen ins Gesichtsfeld treten; auf das zweite Individuum wird dabei nur insofern Rücksicht genommen, dass man die Schlifffläche so führt, dass dasselbe dadurch möglichst geschont wird. Die Vollendung des Schliffes zeigt der Soleil'sche

Apparat mit zwei senkrecht auf einander stehenden Theilkreisen an; das Mineral muss nämlich dann, wenn die Fläche desselben senkrecht zur Axe des Instrumentes steht (die Indices der beiden Kreise sollen dann auf Null gerichtet sein), auch die Mittellinie der optischen Axe in dieser Richtung zeigen. Man erkennt dies daran, dass die Alhydade, deren Bewegung den scheinbaren Winkel der optischen Axen misst, bei der Einstellung der beiden Totalpunkte der Steigsysteme gleiche Bogen vor und hinter dem Nullpunkte der Einstellung beschreibt. Die Platte wird, wie es immer bei ähnlichen Messungen zu geschehen pflegt, in ihrer eigenen Ebene so lange gedreht, bis die Polarisationsebene in derselben senkrecht auf jenen des Instrumentes zu stehen kommen. Hierauf wird die Mittellinie der Ringsysteme (d. i. die Abscissenaxe der Curven, nicht zu verwechseln mit der Mittellinie der optischen Axen) mit einem feinen Risse auf der Oberfläche markirt und die Platte wieder aus dem Apparate genommen. Nun wird die zweite Hälfte derselben, welche dem anderen Individuo angehört, parallel jener geritzten Linie angeschliffen, dabei ist darauf zu achten, dass, wo es möglich ist, die Lage der Zusammensetzungsebene gegen die Schliffläche zu erkennen, dieser zweite Schliff so geführt werde, dass die dadurch erzielte zweite Oberfläche eine ähnliche Lage gegen dieselbe einnehme, wie die Fläche des ersten Individuums, so dass, wenn diese gegen die Zwillingsfläche um einen stumpfen oder spitzen Winkel geneigt ist, auch jene analog angeschliffen werde. Man erreicht dies je nachdem man auf der einen oder anderen Seite der Platte den Schliff führt.

Zeigen sich in der Turmalinplatte die Bilder des zweiten Individuums, so kömmt dasselbe in den Apparat und zwar so, dass die Kante, welche die beiden Schliffflächen trennt, parallel einem Faden des Fadenkreuzes, z. B. dem horizontalen zu stehen kommen. Dann wird um den Horizontallimbus gedreht, dabei müssen unter irgend einem Azimuth die Ringe ins Gesichtsfeld treten. Geschieht dies nicht, sondern zeigt es sich, dass dazu noch eine Bewegung des Verticalkreises nothwendig wird, so kommt die Platte noch einmal unter den Schliff, und zwar so lange, bis bei einer Bewegung um die verticale Axe der Mittelpunkt der Ringsysteme durch den durch das Fadenkreuz bezeichneten Mittelpunkt des Gesichtsfeldes tritt. Auf eine absolute Genauigkeit kommt es jedoch in der Regel nicht an. Hierauf wird der Krystall senkrecht zu der Kante der beiden

Oberflächen angeschliffen, bis er endlich in den Apparat gebracht, dieselben Erscheinungen in derselben Lage wie das erste Individuum zeigt.

Das ganze Verfahren, das hier mit möglichster Detaillirung dargestellt worden, ist in der Ausführung höchst einfach, besonders da unter hundert Fällen kaum ein einziger vorkömmt, wo ein zweiter Schliff senkrecht zur Kante des ersten nothwendig wird, wie ich dies unten bei der Anwendung auf das orthotype System zeigen werde. Schwieriger dagegen und in der Ausführung eine weit grössere Genauigkeit erfordernd sind jene Fälle, wo man einen minder durchsichtigen und daher in dünnere Platten zu schneidenden Körper vor sich hat. Kann man an einem solchen die Trace der Zwillingsfläche nicht scharf markiren (für welchen Fall sogleich ein ganz einfaches Verfahren angegeben werden wird), so muss man denselben in zwei Theile schneiden, deren jeder möglichst viel von dem einen Individuo enthalte, die eine Partie anschleifen bis sie die Ringe in der erforderlichen Lage zeigt, dieselbe hierauf an die zweite Hälfte parallel zu ihrer ursprünglichen Lage genau ankleben und nun verfahren wie oben. Die Theilung wird hier nothwendig, weil sonst beim Anschleifen des ersten Individuums zu viel von dem zweiten verloren geht.

Untersuchen wir nun was eigentlich bei diesem Verfahren geschieht, so sehen wir, dass eigentlich nur der aufgedrehte Querschnitt Q' in die Lage des ursprünglichen Querschnittes zurück bewegt wird, indem die Trace der Ebene der optischen Axen als Abscissenaxe, und diese selbst als Ebene der xz betrachtet wird; die erste Drehung um x liefert den Winkel, welchen die Durchschnittslinie des aufgedrehten Querschnittes mit der Ebene der yz gegen den ursprünglichen Querschnitt einschliesst und welchen ich mit φ bezeichnen werde; die zweite den Winkel, welchen der auf solche Weise in eine intermediäre Lage versetzte Querschnitt Q' mit der Ebene des ursprünglichen Querschnittes Q bildet und der im Folgenden ψ genannt wird. Die erste Drehung um φ macht, dass Q' senkrecht auf den Hauptschnitt des ursprünglichen Coordinatensystems zu stehen kommt, während die zweite um ψ denselben völlig in die Ebene des Querschnittes Q legt, worum es sich eigentlich gehandelt hatte. Die Trace der Achsen wird natürlich im Allgemeinen nicht parallel dem Faden in dem zweiten Individuo erscheinen; man stellt

dies her, indem man die Platte in ihrer eigenen Ebene dreht, wozu an dem Instrumente noch ein eigener dritter Kreis vorhanden ist. Suchen wir nun den analytischen Ausdruck dieser Verhältnisse. Der Winkel φ wird erhalten, wenn er an Q' mit yz coexistiren lässt. Die Durchschnittslinie ist

$$2by + (1 - a^2 - b^2)\, z = 0,$$

hieraus

$$tg.\, \varphi = \frac{2b}{a^2 + b^2 - 1} \quad \ldots \quad (3).$$

Bei dieser Drehung beschreibt jeder Punkt der Oberfläche einen Kreis, dessen Ebene senkrecht auf der Axe der z steht, in welche sämmtliche Mittelpunkte fallen. Bezeichnen daher $x'\ y'\ z'$ die Coordinate irgend eines Punktes in Q', $x''\ y''\ z''$ die Coordinaten desselben Punktes, nachdem aber Q' um φ gedreht worden, so ist

$$x'' = x'$$

$$y'' = \frac{y' + z'\, tg.\, \varphi}{\sqrt{1 + tg.\, \varphi^2}} = \frac{y' + z'\, tg.\, \varphi}{sec.\, \varphi}$$

$$z'' = \frac{z' - y'\, tg.\, \varphi}{\sqrt{1 + tg.\, \varphi^2}} = \frac{z' - y'\, tg.\, \varphi}{sec.\, \varphi}.$$

Die Lage der Trace p' geht dann über in

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{b\, sec.\, \varphi}{a\, tg.\, \varphi}\, z \\ y &= \frac{b + tg.\, \varphi}{1 - b\, tg.\, \varphi}\, z \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (p'')$$

und somit der Querschnitt in

$$a\, tg.\, \varphi\, .\, x - b\, sec.\, \varphi\, z = 0 \quad \ldots \quad Q''.$$

Derselbe schliesst nun mit der xy den Winkel ein, welcher oben ψ genannt wurde; es ist somit

$$tg.\, \psi = \frac{a\, tg.\, \varphi}{b\, sec.\, \varphi} \quad \ldots \quad (4).$$

Aus (3) und (4) ist a und b zu bestimmen. Setzen wir in (3) den Werth von b aus (4), so erhalten wir folgende quadratische Gleichung in a

$$a^2\, (tg.\psi^2\, .\, sec.\, \varphi^2 + tg.\, \varphi^2) - 2a\, tg.\, \psi\, sec.\, \varphi - tg.\, \psi\, sec.\, \varphi^2 = 0$$

und hieraus

$$a = \frac{tg.\, \psi\ .\, sec.\, \varphi}{tg.\, \psi^2\, .\, sec.\, \varphi^2 + tg.\, \varphi^2}\, (1 \pm sec.\, \varphi\, .\, sec.\, \psi),$$

folglich

$$b = \frac{tg.\,\varphi}{tg.\,\psi^2\,.\,sec.\,\varphi^2\,.\,tg.\,\varphi^2}\,(1 \pm sec.\,\varphi + sec.\,\psi)$$

und P_1 (die Drehungsebene)

$$tg.\,\psi\; sec.\,\varphi\,.\,x + tg.\,\varphi\,.\,y + tg.\,\psi^2\,.\,sec.\,\varphi^2 + tg.\,\varphi^2)\,z = 0.$$

3. In manchen Fällen lässt dieses Verfahren eine grosse Vereinfachung zu, in manchen dagegen wird es unbequem und man kann einen ganzen Krystall zerschleifen ehe man die zweite Trace findet. Ist man im Stande an einem Minerale, das eine Zusammensetzungsfläche zeigt, die Trace derselben auf irgend einer Schlifffläche, welche die Ringsysteme zeigt, zu markiren, so wird es am einfachsten scheinen die Neigung dieser Linie gegen die Trace der Ebene der optischen Axen zu messen (wozu an dem Instrumente ein dritter Kreis nothwendig ist, welcher senkrecht auf dem Höhenkreise steht, wie dies bei unserem Apparate der Fall ist), und hierauf die eine Hälfte parallel jener Linie so lange beiderseits abzuschleifen, bis die Ringsysteme auch in dieser genau unter demselben Azimuth erscheinen. Nennen wir δ die Neigung der Trace der optischen Axen gegen die Durchschnittslinie der Zwillingsfläche mit dem Querschnitte, ε die Neigung des ursprünglichen Querschnittes gegen den durch schiefen Schliff erhaltenen, so erhalten wir zur Ermittlung der Coëfficienten der Gleichung P, die zwei Relationen

$$cos\;\varepsilon = \frac{1 - a^2 - b^2}{1 + a^2 + b^2}$$

$$tg.\,\delta = -\frac{a}{b},$$

woraus folgt

$$b^2 = \frac{1 - cos\;\varepsilon}{(1 + cos\;\varepsilon)\;(1 + tg.\,\delta^2)},$$

d. i.

$$b = \frac{tg.\,\frac{\varepsilon}{2}}{sec.\,\delta},$$

$$a = -\frac{tg.\,\frac{\varepsilon}{2}}{sec.\,\delta}\,.\,tg.\,\delta,$$

folglich

$$(P_1)\quad tg.\,\delta\,.\,tg.\,\frac{\varepsilon}{2}\,.\,x - tg.\,\frac{\varepsilon}{2}\,.\,y - sec.\,\delta\,.\,z = 0.$$

Es hängt von den Umständen ab, ob man diese oder jene Formel benützt; jedenfalls führen beide zum Ziele. Die Versuche, die ich machte, um zu erfahren wie gross die Genauigkeit ist, die man

bei diesen Versuchen erwarten darf, geschahen alle nach dem ersten Verfahren.

4. Die entwickelten Formeln können unter der Voraussetzung, dass die Richtung der Hauptaxen der Lichtwelle mit jener der geometrischen Grundgestalt des Krystalles zusammenfällt, unmittelbar angenommen werden. In der Regel findet aber diese Übereinstimmung nicht Statt; obschon es mehr eine Sache der Convenienz als der Nothwendigkeit ist. Im orthotypen Systeme ist eigentlich nicht einzusehen, warum bei der Auswahl der Grundgestalt auf die Lage der optischen Constanten keine Rücksicht genommen wird, da man dieselbe noch unter rechtwinkeligen Axen zu betrachten gewohnt ist; es brauchte weiter nichts als dass die normale Aufstellung des Grundorthotyps so gewählt wurde, dass zugleich die Axe der grössten Elasticität die Hauptaxe des Krystalles darstellte. Es würden sich dadurch mannigfache Vereinfachungen ergeben; es wurde für die Vergleichung des Zusammenhanges der geometrischen und physikalischen Verhältnisse in verschiedenen Körpern eine leichtere Übersicht gewonnen; es wäre endlich wieder ein Element der Willkür aus dem Systeme der Wissenschaften ausgeschieden.

Schwieriger freilich wäre die Bezeichnung der Grundgestalt auf ein durch die Richtung der Elasticitätsaxen gebotenes Coordinatensystem in schiefprismatischen Körpern. Erstlich müsste dann vor Allem ausgemacht werden, ob dasselbe ein recht- oder schiefwinkeliges sei. Angström hat in einem Memoire [1]) über die geradlinige Polarisation und doppelte Strahlenbrechung diese Erscheinungen unter der Annahme schiefer Conjugat-Axen betrachtet, und die Versuche [2]), welche er am Gyps gemacht, scheinen die daraus resultirenden Folgesätze, dass in solchen Körpern die Elasticitätsaxen für verschiedene Farben und Temperaturen wechseln müssen, vollkommen zu bestätigen. Ich habe mich daher auf das orthotype System beschränkt.

Die Versuche, die ich anstellte geschahen mit selbsterzeugten Arragonzwillingen; ich betrachtete zuerst einen Zwilling, der der Formel $\bar{P}\,(\breve{P}r+n)$ entsprach, dann einen dessen Formel $P(\bar{P}r+n)$ war, und endlich einen dritten, wo die Zwillingsfläche etwas geneigt

[1]) Acta regiae societatis Upsalensis 1849.

[2]) Poggendorff's Annalen 86. 206 ff.

gegen $\breve{P}r$, also etwa in der Fläche eines Orthotyps unähnlichen Querschnittes mit einem sehr grossen Ableitungs-Coëfficienten zu liegen kam. Die grösste Abweichung von dem wahren Resultate betrug noch nicht 3° für die Neigung der Zwillingsfläche gegen den Querschnitt. Nachdem nun aber in der Natur immer nur die einfachen Fälle vorkommen, und die Zwillingsflächen entweder senkrecht auf dem Querschnitte stehen, oder in einer Kante des Orthotyps liegen, so sieht man, dass selbst ein grösserer Fehler noch immer nicht irre führen könnte.

Für $\varphi = 0$ hat man

$$a = \frac{cos.\ \varphi + 1}{sin.\ \psi}$$

$$b = 0$$

und die Zwillingsfläche entspricht dem Gesetze

$$\mathfrak{P}\ (\breve{P}r + n)$$

wo n fast in allen Fällen $= 0$ ist.

Für $\psi = 0$ wird dagegen

$$a = 0$$

$$\text{und}\ b = \frac{cos.\ \varphi + 1}{sin.\ \varphi}$$

und die Zwillingsfläche liegt in der spitzen Axenkante, und wird durch die Formel

$$\mathfrak{P}\ (\bar{P}r + n)$$

bezeichnet; ein Fall, der weit häufiger vorkömmt, z. B. am Strahlkies (prismatisches Eisenerz, Mohs), Stralzeolith, Chrysoberyll; an den beiden erstgenannten kommen aber auch Zwillinge nach dem ersten Gesetze vor; zuweilen setzen sich Zwillinge nach dem einen Gesetze gebildet, in einer gemeinschaftlichen Fläche nach dem andern zusammen. Findet sich ein durchsichtiges Mineral, das nach einem der beiden Gesetze gebildet ist, so ist es leicht auf den ersten Blick die Richtung zu erkennen, nach welcher er angeschliffen werden muss, um die Ringsysteme des zweiten Individuums aufzufinden; man braucht nämlich nur darauf zu achten, ob die Ringsysteme in dem einen parallel oder senkrecht zur Trace der Zwillingsebene liegen, um sogleich und mit völliger Gewissheit auszusprechen, dass die Zusammensetzungsfläche parallel der kleinen oder grossen Diagonale liege. Um den Axencoëfficienten oder bei der Mohsischen Bezeichnungsweise den Reihenindex für die also erkannte Fläche zu

finden, bedarf es dann nur eines einzigen Schliffes; da aber n in allen Fällen gleich Null oder Eins wird, so kömmt es auf eine sehr grosse Genauigkeit nicht an, wenigstens gewiss auf keine grössere als jeder Mineraloge mit einem Schleifsteine, einem Polarisations-Instrumente und einem kleinen Aufwande von Geduld mit aller Leichtigkeit erlangen kann.

Jedoch in den bei weitem häufigeren Fällen vereinfacht sich die Untersuchung noch mehr. Die meisten orthotypen Krystalle setzen sich in einer Fläche zusammen, welche parallel liegt einer der Hauptaxe, und entweder in der Axenkante, oder senkrecht auf dieser oder senkrecht auf einer der Diagonalen zu stehen kommt. In allen diesen Fällen ist sowosl φ als auch ψ gleich Null, und die Bilder beider Individuen treten zugleich ins Gesichtsfeld; die Zusammensetzungsfläche wird

$$Ax + y = 0$$

wo $A = -tg.\frac{\theta}{2}$, wenn θ den Winkel bezeichnet, den die Mittellinien der beiden Ringsysteme unter einander einschliessen und der leicht zu messen ist. Die Zwillingsgesetze, welche diesen Erscheinungen entsprechen, sind ausgedrückt in den Formeln

$$\mathfrak{p}\,(\check{\bar{P}} + \infty)^n$$
$$\mathfrak{p}\,(\check{\bar{P}}r + \infty)^n$$

wo n wieder sehr einfache, aus den ersten Gliedern der natürlichen Reihe der Zahlen entnommene Grössen bezeichnet.

5. Eine Bemerkung über das Weissbleierz muss ich hier folgen lassen. Dass dasselbe seinem krystallographyschen Habitus nach mit dem Salpeter, Arragon, Schwerspath, Witherit und Strontianit in eine Gruppe gehört, ist längst bemerkt und ausgesprochen worden. Bei all' den erwähnten Körpern findet sich ein gerades Prisma von beiläufig 117° und die Axe der Zwillingsbildung liegt in dem optischen Querschnitte, wesshalb die Ringsysteme beider Individuen zugleich sichtbar werden. Die optische Mittellinie, welche bei allen in die Axe der grössten Elasticität fällt, stimmt bei allen, ausser dem diprismatischen Blei-Baryte, mit der aufrechten Hauptaxe der Grundgestalt überein. Es ist nicht einzusehen, wie gerade hier die kürzeste Axe aufrecht gestellt wurde [1]. Wählt man die längste, so kommen die Krystalle

[1] Mohs, Lehrbuch der Mineralogie. 2 Th.

dadurch mit den übrigen isomorphen in optisch-parallele Stellung und dass diese auch dem geometrisch-krystallographischen Charakter am besten entspricht, beweist die dadurch hergestellte Übereinstimmung ihrer Zwillingsformeln, welche in ersterem Falle

$$\mathfrak{P}\,(Pr + \infty)$$

für Arragon, und die übrigen Körper der durch ihn repräsentirten isomorphen Gruppe:

$$\mathfrak{P}\,(Pr)$$

für Weissblei wird, während in letzterem Falle alle unter der Formel $\mathfrak{P}\,(P + \infty)$ zusammengefasst werden können. Dass dabei die Bezeichnungen für die übrigen Gestalten nicht complicirter werden, zeigt sich aus nachstehendem Schema.

Diprismatischer Blei-Baryt. Mohs.

Grundgestalt. Orthotyp. $P = 130^0\ 0'$; $108^0\ 28'$; $92^0\ 19'$ $a : b : c = 1 : \sqrt{2 \cdot 6865} : \sqrt{1 \cdot 4047}$		Orthotyp. $P = 130^0\ 0'$; $92^0\ 19'$; $108^0\ 28'$ $a : b : c = 1 : \sqrt{1 \cdot 9126} : \sqrt{0 \cdot 7119}$
P	. . . .	P
$\bar{P}r + \infty$	. . . .	$P - \infty$
$(\bar{P})^2$	. . . .	$P - 1$
$(\breve{P})^2$	. . . .	$(\breve{P})^2$
$P - 1$	. . . .	$(\bar{P})^2$
$\breve{P}r$	. . . .	$P + \infty$ [1])
$^3/_5\breve{P}r$	. . . .	$(\breve{P} + \infty)^3/_5$
$(P + \infty)^2$	. . . .	$\breve{P}r - 1$
$P + \infty$	. . . .	$\breve{P}r$
$(\breve{P} + \infty)^2$	. . . .	$\breve{P}r + 1$
$(\breve{P} + \infty)^3$	. . . .	$^3/_4\breve{P}r + 2$
$(\breve{P} + \infty)^4$	. . . .	$\breve{P}r + 2$
$\breve{P}r + \infty$	. . . .	$\breve{P}r + \infty$
$\bar{P}r + 1$	. . . .	$\bar{P}r - 1$
$\bar{P}r + \infty$	. . . .	$\bar{P}r + \infty$.

a entspricht der grössten Elasticitätsaxe und der Halbirungslinie des spitzen Winkels der optischen Axen, deren Ebene durch c geht.

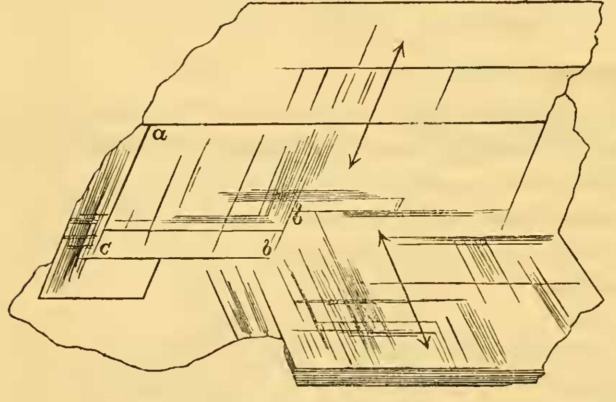
---

[1]) $P + \infty = 117^0\ 13'$; beim Salpeter $119^0\ 0'$, Arragon $116^0\ 16'$, Strentianit $117^0\ 19'$, Witherit $118^0\ 30'$, Baryt $116^0\ 19'$. — Der Chrysoberyll besitzt

3.

Am Glimmer, von dessen Zwillingsbildungen Herr von Sénarmont in seiner interessanten Abhandlung „*Sur les propriétés optiques des micas*" [1]) bereits Erwähnung thut, habe ich Beobachtungen gemacht, welche die Erfahrungen dieses Forschers bestätigen und erweitern. Ich habe neben deutlichen Hemimorphien auch ausgesprochene Amphimorphien wahrgenommen; obschon im Allgemeinen der Glimmer wenig Tendenz zur Bildung von Zwillingen verräth. Unter 126 Glimmersorten von den verschiedensten Fundorten habe ich nur folgende Beispiele der Hemitropie entdeckt.

1. Glimmer aus Pressburg. Eine ziemlich grosse Platte aus einem grosskörnigen Schriftgranite. $a = 119^{0}\,25'$ $b = 120^{0}\,0'$ $c = 61^{0}\,10'$ (Handgonyometer). Oberfläche parallel einer Seite des Rhombus gestreift, parallel der anderen Seite mit Rissen und Linien durchzogen, welche



die Richtung der faserigen Theilbarkeit anzeigen. Die Streifungen kreuzen sich unter 120°, während die Risse und Linien parallel in beiden Individuen laufen. Farbe hellbraun, ins Tombackbraune, sehr gleichförmig; Krystallplättchen vollkommen durchsichtig.

Formel des Zwillings: $\mathfrak{P}\,(P + \infty)$.

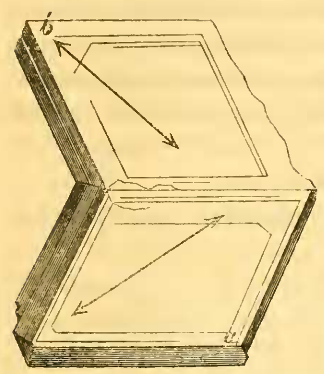
Scheinbarer Winkel der optischen Axen = 69°53′. Die Ebene derselben liegt in der kleineren Diagonale des durch Theilung erhaltenen Rhombus.

---

ein Prisma von 119° 46′, Zwillingsbildungen, welche sich zu diesem ebenso verhalten, wie die Hemitropien der genannten isomorphen Gruppe zu dem Prisma von $P + \infty$. Ob auch die längste Axe der Elasticität der Luftätherwelle parallel zur Kante dieses Prismas liegt?

[1]) *Annales de Physique et de Chimie. 1849.*

2. Glimmer aus Zwiesel. Sehr deutlich und vollständig ausgebildete Individuen, welche ähnlich den bekannten zweihörnigen Gypszwillingen gestaltet sind. Dieselben liegen etwas schief über einander, so dass die Projection der oberen Fläche die untere gerade kreuzt. Die Individuen zeigen deutlich die Abstumpfungsfläche von $\breve{P}r + \infty$, während an ihrer Berührungsstelle auch $\breve{P}r + \infty$ vorhanden zu sein scheint. Die Winkel sind: $a = 119^{\circ}40'$, $b = 61^{\circ}$, $c = 120^{\circ}$. Oberfläche normal den Seiten von $P + \infty$ gestreift und gerissen, deutlich theilbar; in der Mitte parallel der grossen Diagonale gekrümmt und zum Theil schuppig blättrig. An den Zusammensetzungsstellen sind die Individuen theils scharf geschieden, theils in einander übergreifend mit den Seiten von $Pr + \infty$. Silberweiss glänzend, vollkommen durchsichtig, nach $\breve{P}r + \infty$ faserig.

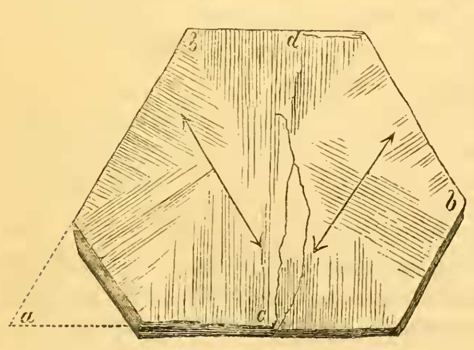


Formel des Zwillings $\mathfrak{p}\,(P + \infty)$.

Die Ebene der optischen Axen trifft mit der längeren Diagonale der Basis zusammen; Axenwinkel = 74°.

In Zwiesler Glimmer kommen Quarzblättchen eingeschlossen vor, welche bei gleichförmiger Dicke und ziemlich glatter Oberfläche in der Turmalinzange alle die Erscheinungen des senkrecht auf die Axe geschliffenen Bergkrystalles zeigen. Sie sind linksdrehend und haben eine Dicke von 0·2‴—0·4‴. Ihre krystallographische Axe steht demnach parallel der des Glimmers.

3. Glimmer von Zinnwald. Mitten unter sehr deutlich ausgebildeten Individuen, welche alle mehr minder sechsseitigen Tafeln ähnlich sind, fiel mir ein ziemlich unregelmässig gestalteter Krystall auf, der ein unregelmässiges Fünfeck bildete. Die Winkel desselben sind: $a = 60^{\circ}\ 12'$, $b = 119^{\circ}\ 55'$,



$c = 90^0\ 0'$, $d = 90^0\ 5'$ (Handgonyometer). Offenbar steht die Seite cd senkrecht auf einer Kante von P. Der Streifung ist normal $P + \infty$, parallel cd und hört an dieser Seite auf. Die andere Hälfte des Zwillingskrystalles fehlte, fand sich jedoch weiter unten, als ich die ganze Glimmerschichte aus dem darunter gelagerten Gesteine hob; die Linie cd ist aber zugleich eine Richtung der Theilbarkeit, und die beiden conjugirten Individuen zerfielen während der Untersuchung. Die Zusammensetzungsfläche steht senkrecht auf einer Seite der Basis des aufrechten Prismas.

Formel des Zwillings: 𝔓 $[(\breve{P} + \infty)^3]$.

Die Axen liegen in der Ebene der kleineren Diagonale; scheinbarer Winkel $= 51^0 50'$.

4. Glimmer aus Engenhos corallinhos. In einer sehr grossen Platte, auf welcher die Richtungen von $P + \infty$, $\breve{P}r + \infty$, $\bar{P}r + \infty$ durch Risse und Linien hie und da angedeutet sich fanden, welche jedoch übrigens vollkommen gleichförmig und in grossen Schichten mit vollkommener Oberfläche spaltbar ist, nahm ich helle Flächen wahr, welche sich weit hinein verfolgen liessen und nach einer kleinen Unterbrechung jenseits wieder bis an den Rand fortlief. Rechts und links davon stehen die Ringsysteme um 120^0 gegen einander geneigt. Farbe hellbraun, Schichten vollkommen durchsichtig, ohne alle Krümmungen.

Zwillingsgesetz: 𝔓 $(P + \infty)$.

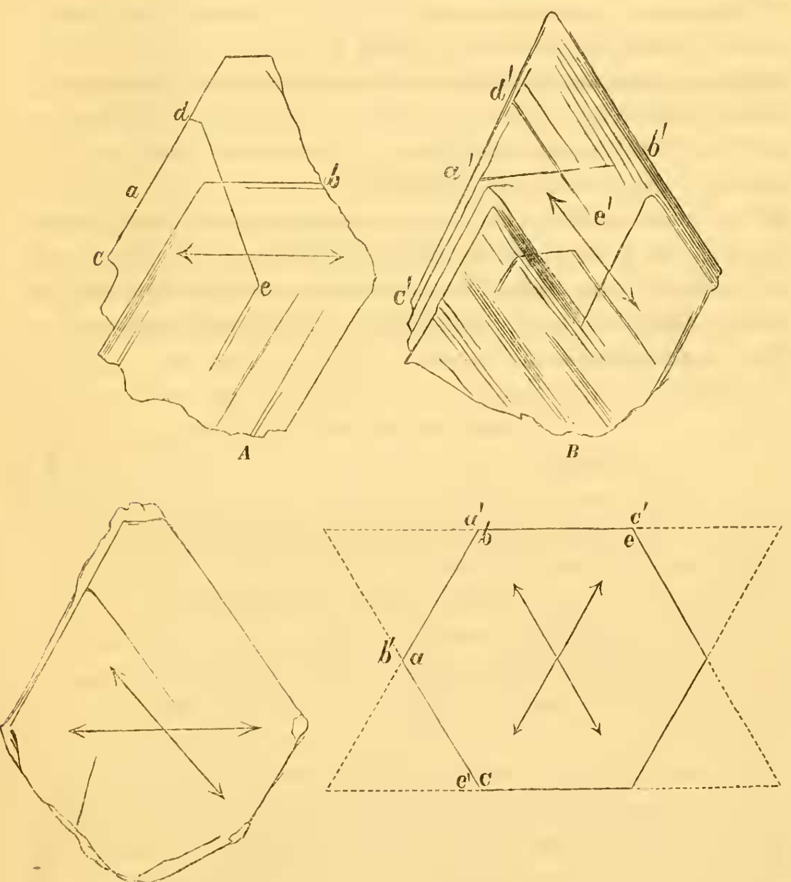
Die Axen liegen in der Ebene der kleineren Diagonale, scheibarer Winkel $= 64^0 26'$.

Es lassen sich ähnliche spiegelnde Flächen an vielen Glimmern wahrnehmen; in der Regel begrenzen sich aber in ihnen die Individuen in paralleler, nicht in verwendeter Stellung. — Die Hemitopien, welche Herr v. Sénarmont beobachtet, gehören alle in dieselbe Kategorie, wie der hier beschriebene aus Brasilien.

5. Glimmer aus Pressburg und

6. Glimmer aus Pojanska (wallachisch-illyrischer Grenzdistrict). Ausgezeichnete, grosse, gleichförmige, durchsichtige Glimmerpartien aus einem quarzreichen grobkörnigen Granite. Der aus Pressburg ist bereits in dem Aprilhefte des Jahrganges 1851 der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der k. Akademie durch Hrn. Dr. Kenngott ausführlich beschrieben worden, der geehrte Herr Verfasser hatte die Gefälligkeit mir den-

selben zu weiteren Untersuchungen zu überlassen. Der Glimmer aus Pojánska ist diesem ganz ähnlich, die Übereinstimmung in ihren Eigenschaften erstreckt sich bis auf ihr optisches Verhalten; dieselbe Lage des optischen Hauptschnittes, dieselben Unregelmässigkeiten in der Molekularstructur, dieselbe Form der Hemitropie. Nachdem Dr. Kenngott das Phänomen ausführlich beschrieben, erübrigt nur dasselbe zu deuten. Ich spaltete ein Stück des Pojánsker Glimmers, welches die zwei Lemniscatensysteme zeigte und untersuchte sie



einzeln in jeder der beiden Partien. Man sieht, dass in **A** *ac* und *de* die Umrisse von $P+\infty$, *ab* die Richtung von $\breve{P}r+\infty$ darstellt; in **B** dagegen *ab* und *ac* der Basis von $P+\infty$, *de* der Abstumpfung $\breve{P}r+\infty$ entspricht. Legt man die beiden Stücke wieder über einander, wie

dies in der Natur der Fall ist, so schliessen die Diagonalen einen Winkel von 60° unter einander ein, und die entsprechenden Linien bilden ein Sechseck *abcdea*; ergänzen wir in diesem die beiden durch die Tracen der optischen Hauptschnitte angezeigten Rhomben, so erhalten wir die beistehende Figur *C*, welche die Zwillingsbildung von 1, 2, 4 vereint mit der unter Nr. 3 beschriebenen zeigt. Die Formel muss consequent $[\mathfrak{P}(P+\infty)]\ (\breve{P}+\infty)^n$ geschrieben werden.

Ebene der Axen parallel der kleineren Diagonale des durch Theilung erhaltenen Rhombus: Winkel der Axen $= 71°10'$. Es bestätiget sich also auch hier die Ansicht, welche Herr v. Sénarmont ausspricht, dass der Glimmer in seinen krystallinischen Verhältnissen sich der Arragongruppe anschliesse; so wie andererseits nach der Erklärung, die Herr Sectionsrath Haidinger in seinem Lehrbuche der bestimmenden Mineralogie über die Amphimorphien dieser Gruppe gegeben, das Vorhandensein solcher Durchkreuzungszwillinge wohl zu vermuthen war, nachdem sich Beispiele für eine Hemimorphie parallel, und eine andere senkrecht zu den Seiten der Basis von $P+\infty$ gefunden.
